

Froude 相似律

受重力、慣性力支配的流動, 若速度為 v 、水深為 h , 重力加速度為 g , 依 π 定理得

$$\pi = h^x g^y V$$

$$L: 0=x+y+1$$

$$T: 0=-1-2y$$

得 $x=-1/2, y=-1/2$, 即得 Froude 數如下

$$\pi = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$

原型以下標 P, 模型以下標 m 表示, 水平方向長度以 L, 水深方向以 Y, 縮尺以 L_r 及 Y_r 表示, 即

$$L_r = \frac{L_p}{L_m}, \quad Y_r = \frac{Y_p}{Y_m}$$

適用 Froude 數得

$$F_r = \frac{V_p}{\sqrt{gh_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{gh_m}}$$

假定流體的密度縮尺比 ρ_r 為

$$\rho_r = \frac{\rho_p}{\rho_m}$$

得

(1) 流速縮尺比

$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \left(\frac{h_p}{h_m} \right)^{1/2} = Y_r^{1/2}$$

(2) 時間縮尺比

$$t_r = \frac{L_r}{V_r} = L_r Y_r^{-1/2}$$

(3) 流量縮尺比

$$Q_r = Y_r L_r^2 t_r^{-1}$$

(4) 加速度縮尺比

$$a_r = v_r t_r^{-1} = Y_r L_r^{-1}$$

(5) 質量縮尺比

$$S_r = L_r^2 Y_r \rho_r$$

(6) 力縮尺比

$$F_r = \rho_r L_r t_r^{-2} = \rho_r L_r^2 Y_r$$

(7) 壓力縮尺比

$$P_r = F_r L_r^{-2} = Y_r \rho_r$$

(9) 動量縮尺比

$$M_r = S_r v_r = \rho_r L_r^2 Y_r^{3/2}$$

(10) 能量縮尺比

$$E_r = F_r Y_r = \rho_r L_r^2 Y_r^2$$

(11) 功縮尺

$$W_r = E_r t_r^{-1} = \rho_r L_r^2 Y_r^{5/2}$$

(12) Manning 粗度係數比

$$n_r = v_r^{-1} Y_r^{2/3} \left(\frac{Y_r}{L_r} \right)^{1/2}$$

至目前為止，尚無法製造出對應的歪比模型粗度面，故 $L_r \neq Y_r$ 時通常無法決定 n_r ，然因 3D 列印機的出現，不久將來應會克服之。當 $L_r = Y_r$ 時

$$n_r = Y_r^{2/3} L_r^{-1/2} = Y_r^{1/6}$$