

## Weber 相似律

受表面張力、慣性力及壓力支配的流體運動，若表面張力為  $\sigma$ 、速度為  $v$ 、長為  $\ell$ ，密度為  $\rho$ ，表面張力  $[\sigma]$  的因次為  $[FL^{-1}]$ ，密度  $[\rho]$  為  $[FT^2L^{-4}]$ ，速度  $[v]$  為  $[LT^{-1}]$ ，長  $[\ell]$  為  $[L]$ 。

依  $\pi$  定理得

$$\pi = \rho^x v^y \ell^z$$

$$F: 0=1+x$$

$$L: 0=-1-4x+y+z$$

$$T: 0=2x-y$$

解之，得  $x=-1, y=-2, z=-1$  即得

$$\pi = \frac{\sigma}{\rho v^2 \ell}$$

Weber 數  $W_e$  為上式的倒數，即

$$W_e = \frac{\rho v^2 \ell}{\sigma}$$

原型以下標 p，模型以下標 m 表示，水平方向長度以  $L$ ，縮尺以  $L_r$  表示，即

$$L_r = \frac{L_p}{L_m}$$

假定流體的密度縮尺比  $\rho_r$  及表面張力  $\sigma_r$  縮尺比分別為

$$\rho_r = \frac{\rho_p}{\rho_m}, \quad \sigma_r = \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$$

得

(1) 流速縮尺比

$$v_r = \frac{v_p}{v_m} = \sigma_r^{1/2} \rho_r^{-1/2} L_r^{-1/2}$$

(2) 時間縮尺比

$$t_r = \frac{L_r}{v_r} = L_r^{3/2} \sigma_r^{-1/2} \rho_r^{1/2}$$

(3) 流量縮尺比

$$Q_r = L_r^3 t_r^{-1} = L_r^{3/2} \sigma_r^{1/2} \rho_r^{-1/2}$$

(4) 加速度縮尺比

$$a_r = L_r t_r^{-2} = L_r^{-2} \sigma_r^{-1} \rho_r$$

(5) 質量縮尺比

$$S_r = L_r^3 \rho_r$$

(6) 力縮尺比

$$F_r = S_r a_r = L_r \rho_r^2 \sigma_r^{-1}$$

(7) 壓力縮尺比

$$P_r = F_r L_r^{-2} = \rho_r^2 \sigma_r^{-1} L_r^{-1}$$

(9) 動量縮尺比

$$M_r = S_r V_r = \rho_r^{1/2} L_r^{5/2} \sigma_r^{1/2}$$

(10) 能量縮尺比

$$E_r = F_r L_r = L_r^2 \rho_r^2 \sigma_r^{-1}$$

(11) 功縮尺比

$$W_r = E_r t_r^{-1} = \rho_r^{-3/2} \sigma_r^{5/2} L_r^{-1}$$