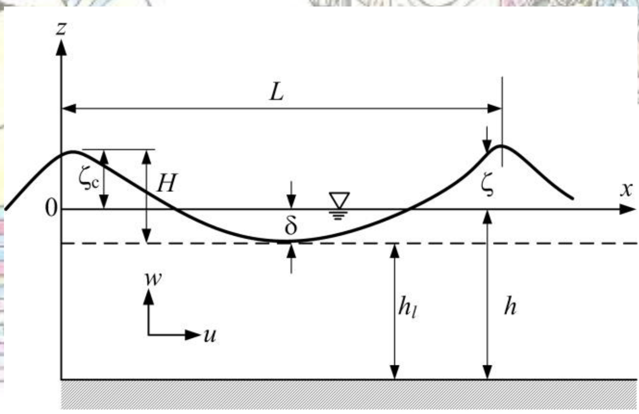
橢圓波(Cnoidal wave)

橢圓波係Korteweg 及Gustav de Vries氏於1895年利用Jacobi橢圓函數導出的理論，因此稱之為橢圓波。Stokes波在h/L變小時，波形及其他各式的級數收斂情況會變壞，無法適用，適用臨界值大約在h/L=1/10～1/8間，因此當小於此值時，必須採用橢圓波理論，反之當h/L變大時橢圓波不能適用。



橢圓波

依據1960年Laitone氏得到第2近似值(上圖)，有下列結果。

1. 波谷到靜水面間距離δ

$$\frac{\delta}{H}=N_1+N_2\frac{H}{h}$$

2. 水面波形ζ

$$\frac{\zeta}{H}=cn^2(v,m)\left[1-\frac{3H}{4h}\left(1-cn^2(v,m)\right)\right]-\frac{\delta}{H}$$

$v=2k(x-\sigma t)/L$

3. 波長

$$\frac{L}{h}=\frac{4mk}{(3H/h)^{1/2}}\left[1+\frac{H}{h}\left(\frac{7m^2-2}{8m^2}-\frac{3}{2}N_1\right)\right]$$

3. 波速C

$$C=\sqrt{gh}\,(1+A_1+A_2)$$

$$A_1=\frac{H}{2h}\left[-1+\frac{1}{m^2}\left(2-3\frac{E}{K}\right)\right]$$

$$A_2=\left(\frac{H}{h}\right)^2\frac{1}{12m^4}\frac{E}{K}\left[\left(38-19m^2-15\frac{E}{K}\right)-\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\left(88-88m^2+18m^4\right)\right]$$

$$N_1=\frac{1}{m^2}\left(\frac{E}{K}+m^2-1\right)$$

$$N_2=\frac{1}{4m^2}\left[2\left(1-m^2\right)-\left(2-m^2\right)\frac{E}{K}\right]$$

cn 為 Jacobi 橢圓函數，m 為母數，K 及 E 分別表示第 1 種及第 2 種完全橢圓積分。

Crossing swells, consisting of near-cnoidal wave trains.

摘自：https://en.wikipedia.org/wiki/Cnoidal_wave#/media/File:Ile_de_r%C3%A9.JPG

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站