群波(Group wave)

(3 維動畫)

2 個振幅相同，波長、週期不同的微小振幅波向同一方向進行時，波形可以下列表示

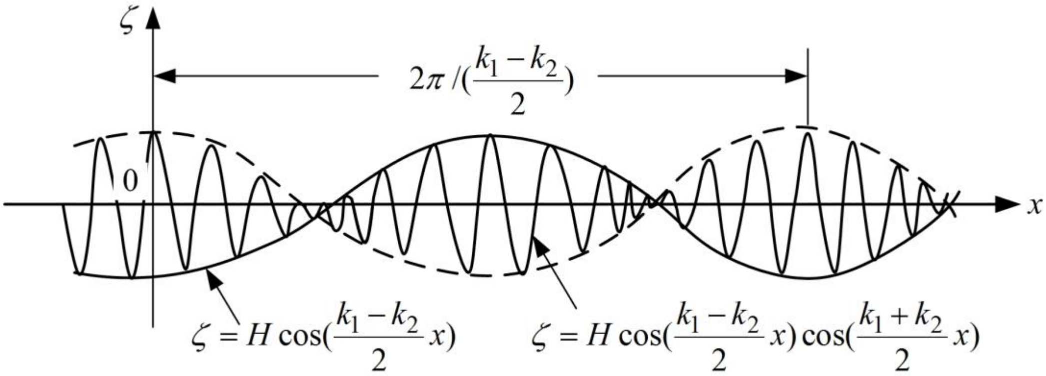
$$\zeta = a\cos(k_1x-\sigma_1t)+a\cos(k_2x-\sigma_2t)$$

$$= 2a\cos\left(\frac{k_1-k_2}{2}x-\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{k_1+k_2}{2}x-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}t\right)$$

上式所示波，波長等於 $4\pi/(k_1-k_2)$，週期為 $4\pi(\sigma_1-\sigma_2)$，振幅作 $2a\cos[(k_1+k_2)x/2-(\sigma_1+\sigma_2)t/2]$ 的變化。當 $k_1 \approx k_2$，$\sigma_1 \approx \sigma_2$ 時，其差可分別以 Δk 及 Δσ 表示，即上式可改寫成

$$\zeta = 2a\cos\left[\left(k+\frac{\Delta k}{2}\right)x-\left(\sigma+\frac{\Delta\sigma}{2}\right)t\right]\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x-\frac{\Delta\sigma}{2}t\right)$$

上式可以下圖表示



群波波形

由圖可知 $\cos[1/2(\Delta kx-\Delta\sigma t)]$ 表示包絡線，$\cos(kx-\sigma t)$ 的波形亦包含在內，即波成群，兩端振幅為 0，波群以

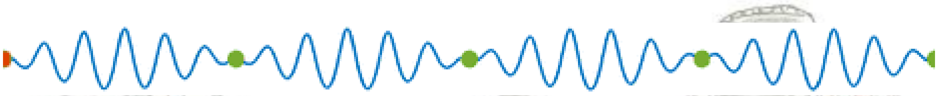
$$C_g = \frac{\Delta\sigma}{\Delta k}$$

的速度進行，波群進行速度稱為群速度，當角周波數及角頻率差極小時，取極限得

$$C_g = \frac{d\sigma}{dk}$$

利用分散關係式，得

$$C_g = \frac{C}{2}\left(1+\frac{2kh}{\sinh\ 2kh}\right)$$



群波(動畫)

群速度與單一波的波速比 Cg/C 以 n 表示，得

$$n = \frac{C_g}{C} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{2kh}{\sinh\ 2kh}\right)$$

當 kh→∞，即深海波時，因 2kh/sinh 2kh→0，得 n=0.5。當 kh→0，即長波時，因 2kh/sinh 2kh→1，得 n＝1，說明群波的群速度為單一波的相位速度的 0.5～1.0 倍，依 kh 值而異。

載滿珠寶的駱駝

回海岸水力學011 回分類索引 回海洋工作站

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈