

交 譜(cross spectrum)

有 2 個記錄 $x(t)$, $y(t)$, 記錄時間一樣長, 以時間間隔 Δt 將其分割成 $2N$ 個區間得到解析結果, 以下列有限 Fourier 級數表示時

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} [A_k \cos 2\pi f_k t + B_k \sin 2\pi f_k t] + \frac{A_N}{2} \cos 2\pi f_k t$$

$$y(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} [C_k \cos 2\pi f_k t + D_k \sin 2\pi f_k t] + \frac{C_N}{2} \cos 2\pi f_k t$$

對 $0 < k < N$, 令

$$X_k = (A_k - iB_k)/2, \quad X_{2N-k} = (A_k + iB_k)/2$$

$$Y_k = (C_k - iD_k)/2, \quad Y_{2N-k} = (C_k + iD_k)/2$$

則

2011 埃及尼羅河之旅

$$x(t) = \sum_{K=0}^{2N-1} X_K \exp(2\pi i f_K t)$$

$$y(t) = \sum_{K=0}^{2N-1} Y_K \exp(2\pi i f_K t)$$

X_k 表示週頻率為 f_k 的成分波複數振幅。

$$X_k = \frac{1}{2} \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \exp(-i \theta_x), \quad \theta_x = \tan^{-1}(A_k / B_k)$$

對 $x(t)$ 及 $y(t)$ 間進行類似能譜演算, 可得交譜(cross spectrum) $E_{xy}(f)$ 如下

載滿貨品的驢子

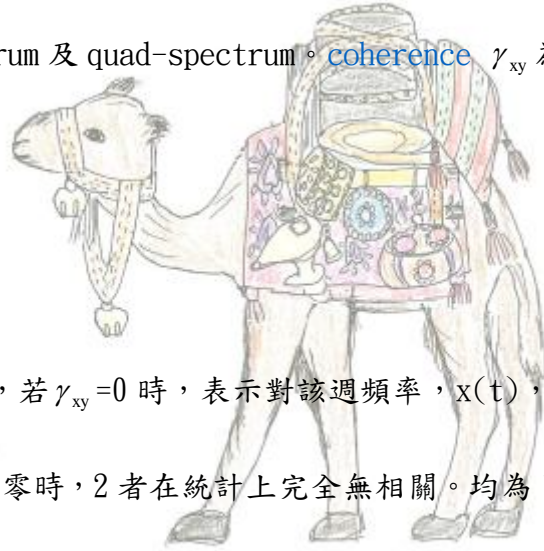
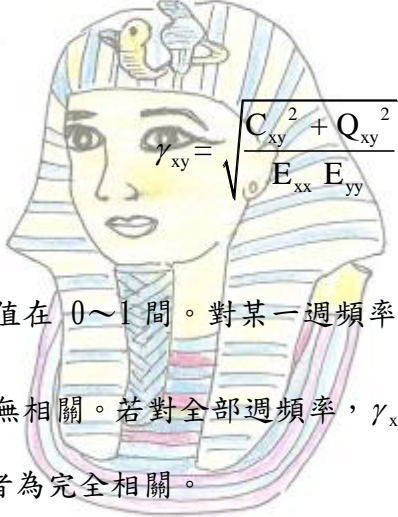
阿拉丁神燈

$$\lim_{\Delta f \rightarrow 0} E_{xy}(f) \Delta f = 2X_K^* Y_K^*$$

將 $E_{xy}(f)$ 分成如下實數及虛數部

$$E_{xy}(f) = C_{xy}(f) - i Q_{xy}(f)$$

$C_{xy}(f)$ 及 $Q_{xy}(f)$ 分別稱為 co-spectrum 及 quad-spectrum。coherence γ_{xy} 為



載滿珠寶的駱駝

其值在 0~1 間。對某一週頻率 f_k ，若 $\gamma_{xy}=0$ 時，表示對該週頻率， $x(t)$ ， $y(t)$ 間無相關。若對全部週頻率， γ_{xy} 為零時，2 者在統計上完全無相關。均為 1 時，2 者為完全相關。

回海岸水力學011 課分類彙弭之施海洋工作站



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈