考量能量損失時波高及波長變形

1.　粘性引起變形

通常單位體積流體在單位時間內，因粘性發生的能量損失Ψ， 2 維時可以下式表示

$$\Psi = \mu\left\{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right\}$$

μ 表示粘性係數，利用 Euler 連續方程式，將上式變形，得單位面積單位時間內散失的平均能量 $\overline{E_f}$ 如下

$$\overline{E_f} = \frac{1}{L}\int_0^L\int_{-h}^{\zeta}\Psi\, dzdx$$
$$= \frac{1}{L}\int_0^L\int_{-h}^{\zeta}\mu\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - 4\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]$$

波浪運動為非回轉性，右邊[ ]內的第 1 項為 0，因此能量損失受第 2 項支配，由於速度梯度 $\partial w / \partial x$, $\partial u / \partial z$,‧‧‧等為微小量，其相乘項更微小，因此通常不考慮粘性引起變形。　　　　2011 埃及尼羅河之旅

2.　海底摩擦引起變形

波到達水深約為波長一半處時，開始受海底摩擦影響，Bretschneider Reid 於 1954 年導出，沿海底面水分子作水平往復運動，速度為 u(m/sec)時，在海底面有下列摩擦力 τ_0 (T/ m^2)作用

$$\tau_0 = f\rho u^2$$

f 為摩擦係數，ρ 為海水密度(=0.105 T‧sec^2/m^4)，因此單位面積單位時間損失平均能量 $D_f\,(T\cdot m/m^2\cdot \sec)$ 為

$$D_f = \frac{2}{T}\int_{-T/4}^{T/4}\tau_0\, u\, dt$$

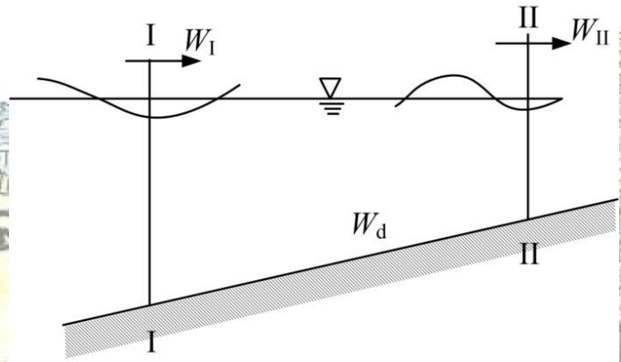
若水分子流速採用

$$u=\frac{\partial\Phi}{\partial x}=a\sigma\frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh}\cos(kx-\sigma t)$$

則

$$D_f = \frac{4}{3}\pi^2\frac{\rho f H^3}{T^3\sinh^3 kh}$$

H 為波高。如下圖，斷面Ⅰ～Ⅱ間單位時間損失平均能量為W_d



海底摩擦引起變形

考量斷面Ⅰ～Ⅱ間能量保存，得

$$\left(EC_g\right)_I - \left(EC_g\right)_{II} = w_d$$

dx 極小、水深一定時，將上式積分，得考慮底部摩擦時的波高變化如下

$$\frac{H_2}{H_1}=K_f=\left[1+\frac{64\pi^2}{3g^2}\frac{f\,H_1\Delta x}{h^2}\left(\frac{h}{T^2}\right)^2\frac{K_s^2}{\sinh^3 kh}\right]^{-1}$$

2011 埃及尼羅河之旅

H_1為開始處波高，H_2為距離Δx處波高，f 為摩擦係數。

3. 底層滲透引起粘性摩擦

海底為砂礫層，波浪通過時，海底附近水分子會出入砂礫層，在底層內流動時會因粘性摩擦引起能量消耗。依 Reid-Kajiura，當海底透水層厚度大於波長的 0.3 倍以上時，單位面積單位時間能量消耗量D_p為

$$D_p=\frac{\pi\rho gkH^2}{4L\cosh^2(2\pi h/L)}$$

k 為透水係數(cm/sec)。

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站