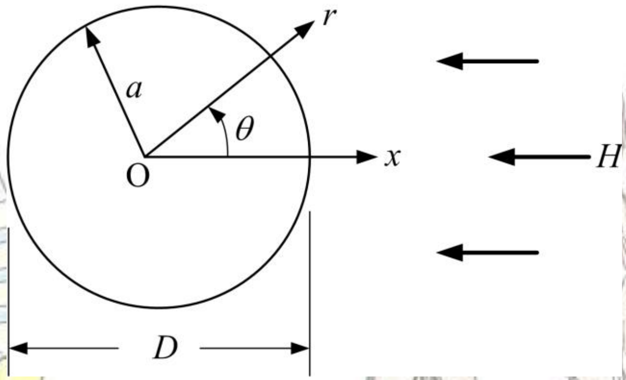
作用於大口徑圓柱體波力



作用於大口徑圓柱體波力

圓柱直徑變大(D/L>0.2;L:波長)時，波力主要受慣性力支配，必要考量波的繞射影響，利用繞射理論求理論解。如上圖所示，假定波運動為非粘性非回轉性流體運動，波運動速度勢必須滿足下列 Laplace 方程式

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=0$$

欲解上式時，必要考量邊界條件為水面邊界條件，圓柱壁面法線方向速度為零，及在無限遠處因圓柱存在的輻射條件等 3 個條件。在微小振幅波理論範圍，波速度勢可以入射波與繞射波的線性和計算， 依下式表示

$$\Phi=\frac{gH}{2\sigma}e^{-i\sigma t}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\{J_0(Kr)-\frac{J_0'(ka)}{H_0^{(2)\prime}(ka)}H_0^{(2)}(kr)$$

$$+2\sum_{n=1}^{\infty}i^n\left[J_n(kr)-\frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)\prime}(ka)}H_n^{(2)}(kr)\right]\cos n\theta\}$$

$a=D/2$， $i=\sqrt{-1}$， J_0， J_n 為第 1 類 Bessel 函數，$H_0^{(2)}$，$H_n^{(2)}$ 為第 2 類 Hankel 函數，” ’ ” 表示對 r 的微分。

依壓力方程式可求得壓力 p 如下

$$\frac{p}{\rho gH}=\frac{1}{2}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}e^{-i\sigma t}\sum_{n=0}^{\infty}\delta_n i^n\left[J_n(kr)+\alpha_n H_n^{(2)}(kr)\right]\cos n\theta-z$$

$$\alpha_0=-\frac{J_1(ka)}{H_1^{(2)}(ka)}\ ，\ \alpha_n=\frac{-nJ_n(ka)+kaJ_{n+1}(ka)}{nH_n^{(2)}(ka)-kaH_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}$$

δ_n 為 Neumann 數(n= 0 時， $\delta_0=1$， n≧1 時， $\delta_n=2$)。

作用於壁面波壓 p_a 為

$$\frac{p_a}{\rho g}=\frac{H}{2}\left(-\frac{2i}{\pi\ ka}\right)\frac{\cosh\ k(z+h)}{\cosh\ kh}e^{-i\sigma t}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\delta_n i^n \cos n\theta}{H_n^{(2)}(ka)}-z$$

將上式對圓周作積分，可得作用於圓柱體的水平方向波力 dF_T 如下

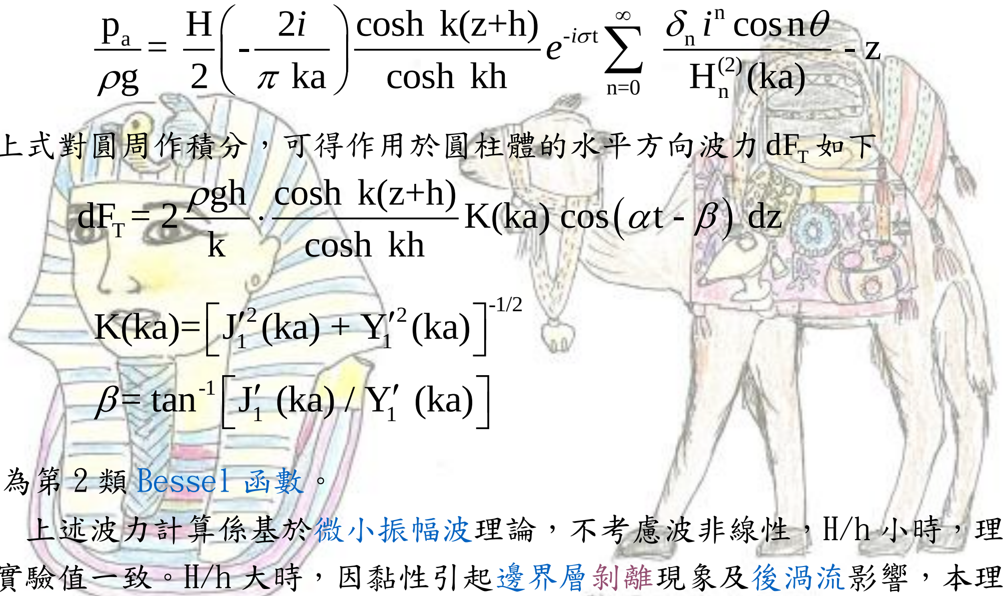
$$dF_T=2\frac{\rho gh}{k}\cdot\frac{\cosh\ k(z+h)}{\cosh\ kh}K(ka)\cos\left(\alpha t-\beta\right)dz$$

$$K(ka)=\left[J_1'^2(ka)+Y_1'^2(ka)\right]^{-1/2}$$

$$\beta=\tan^{-1}\left[J_1'(ka)/Y_1'(ka)\right]$$

Y_1 為第 2 類 Bessel 函數。

上述波力計算係基於微小振幅波理論，不考慮波非線性，H/h 小時，理論值與實驗值一致。H/h 大時，因黏性引起邊界層剝離現象及後渦流影響，本理論有其適用範圍(線上計算)。



載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈